

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЕДИНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ В 2015 ГОДУ

Единый государственный экзамен (далее - ЕГЭ) по математике является формой объективной оценки качества подготовки лиц, освоивших образовательную программу среднего общего образования по математике, с использованием контрольных измерительных материалов, представляющих собой комплексы заданий стандартизированной формы. Содержание экзаменационной работы определяется Федеральным компонентом государственного стандарта среднего общего образования (приказ Минобрнауки России № 1089 от 05.03.2004 г.).

Аналитический отчет содержит информацию об особенностях проведения ЕГЭ по математике, о структуре контрольно-измерительных материалов (далее КИМ), а также анализ результатов ЕГЭ базового и профильного уровня в 2015 году.

Особенности проведения ЕГЭ по математике в 2015 году

В число задач по реализации Концепции развития математического образования в Российской Федерации, принятой Приказом Минобрнауки РФ от 03.04.2014 г. № 265, входит совершенствование системы государственной итоговой аттестации по математике, разработка соответствующих контрольных измерительных материалов, предназначенных для различных целевых групп выпускников. Поэтому ЕГЭ по математике в 2015 году разделен на два уровня сложности: базовый и профильный.

Модель ЕГЭ по математике базового уровня предназначена для государственной итоговой аттестации выпускников, не планирующих продолжение образования в профессиях, предъявляющих специальные требования к уровню математической подготовки.

Результаты ЕГЭ по математике профильного уровня признаются общеобразовательными организациями, в которых реализуются программы среднего общего образования, как результаты государственной итоговой аттестации, а образовательными организациями среднего профессионального образования и образовательными организациями высшего профессионального образования как результаты вступительных испытаний по математике.

Для поступления в высшие учебные заведения на специальности (направления), в перечень вступительных испытаний по которым включена математика, выпускникам необходимы результаты ЕГЭ по математике профильного уровня.

Выпускник имеет право выбрать, по какой модели ЕГЭ по математике (базового или профильного уровня) он будет сдавать экзамен. При желании выпускник может сдать ЕГЭ по математике по обеим моделям.

Пересдать ЕГЭ по математике в случае получения неудовлетворительного результата (при условии получения удовлетворительного результата ЕГЭ по русскому языку) разрешается только по модели ЕГЭ по математике базового уровня.

Продолжительность экзаменационной работы по математике базового уровня составляет 3 часа (180 минут), профильного - 3 часа 55 минут (235 минут).

Необходимые справочные материалы выдаются вместе с текстом экзаменационной работы. При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой.

Характеристика контрольно-измерительных материалов

В настоящее время существенно возрастает роль общематематической подготовки в повседневной жизни, поэтому в модели ЕГЭ по математике **базового уровня** усилены акценты на контроль способности применять полученные знания на практике, развитие логического мышления, умение работать с информацией. Модель ЕГЭ по математике базового уровня представлена впервые и состоит из одной части, включающей 20 заданий с кратким ответом. Все задания базового уровня сложности оцениваются 1 баллом. Максимальный первичный балл за всю работу – 20.

Выполнение заданий экзаменационной работы базового уровня свидетельствует о наличии у участников экзамена общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания проверяют базовые вычислительные и логические навыки, умение анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. В работу включены задания базового уровня по всем основным предметным разделам: геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика.

Экзаменационная работа **профильного уровня** состоит из двух частей:

– часть 1 содержит 9 заданий (задания 1–9) с кратким ответом, которые имеют базовый уровень сложности;

– часть 2 содержит пять заданий (задания 10–14) с кратким ответом и семь заданий (задания 15–21) с развёрнутым ответом. Задания 10–19 – повышенный уровень, задания 20 и 21 относятся к высокому уровню сложности.

Сохраняется преемственность в тематике, примерном содержании и уровне сложности заданий с моделью КИМ 2014. С целью оптимизации структуры варианта в условиях перехода к двухуровневому экзамену из первой части КИМ профильного экзамена исключено одно задание практической направленности, а во вторую часть добавлено задание повышенного уровня (№19) с экономическим содержанием.

В 2015 году несколько изменились задания с развёрнутым ответом - №16 и №17. Стереометрическое задание №16 (С2) разделили на пункты а) и б), выделив в первом из них задание, выполнение которого является промежуточным или уточняющим этапом в решении всей задачи. Задание №17 стало проще аналогичного задания 2014 года С3, упростились и критерии его выполнения. За правильное выполнение задания №17 в 2015 году начислялось 2 балла (в 2014 г было 3 балла).

Таблица 1
Структура контрольно-измерительных материалов

	Часть 1		Часть 2		
	2014	2015	2014	2015	
Число заданий - 21	15	9	6	12	
Задание	В1-В15	1-9	С1-С6	10-14	15-21
Форма ответа	Краткий		Развернутый	Краткий	Развернутый
Уровень сложности	Базовый		Повышенный и высокий	Повышенный	Повышенный и высокий
Проверяемый учебный материал курса математики	Математика 5-6 классов. Алгебра 7-9 классов. Алгебра и начала анализа 10-11 классов. Теория вероятностей и статистика 7-9 классов. Геометрия 7-11 классов.		Алгебра 7-9 классов. Алгебра и начала анализа 10-11 классов. Геометрия 7-11 классов.		

Содержание и структура экзаменационной работы дают возможность проверить комплекс умений и навыков по различным темам предмета:

- использование приобретённых знаний и умений в практической деятельности;
- выполнение вычислений и преобразований;
- решение уравнений и неравенств;
- выполнение действий с функциями;
- построение и исследование математических моделей;
- выполнение действий с геометрическими фигурами.

В таблице 2 показано распределение заданий экзаменационной работы базового и профильного уровней по содержательным блокам курса математики согласно кодификатору элементов содержания (КЭС).

Таблица 2
Распределение заданий по содержательным блокам учебного предмета

Содержательные блоки по КЭС	Число заданий		Максимальный первичный балл		Процент первичного балла за задания данного блока от первичного балла за всю работу, равного 34 за профильный экзамен и 20 за базовый	
	профильный	базовый	профильный	базовый	профильный	базовый
Алгебра	5	10	10	10	29,4%	50%
Уравнения и неравенства	5	3	10	3	29,4%	15%
Функции	2	1	2	1	5,9%	5%
Начала математического	2	1	2	1	5,9%	5%

Содержательные блоки по КЭС	Число заданий		Максимальный первичный балл		Процент первичного балла за задания данного блока от первичного балла за всю работу, равного 34 за профильный экзамен и 20 за базовый	
	профильный	базовый	профильный	базовый	профильный	базовый
анализа						
Геометрия	6	4	9	4	26,5%	20%
Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	1	1	1	1	2,9%	5%
Итого	21	20	34	20	100%	100%

Распоряжением Рособнадзора от 23.03.2015 №794-10 установлено минимальное количество баллов единого государственного экзамена по стобальной шкале, необходимое для поступления на обучение по программам бакалавриата и программам специалитета, и подтверждающее освоение участниками экзамена общеобразовательной программы среднего общего образования по математике профильного уровня, - 27 баллов по 100-бальной шкале (6 тестовых баллов). Минимальное количество баллов единого государственного экзамена по пятибалльной шкале, подтверждающего освоение образовательной программы среднего общего образования по математике базового уровня, составило 3 балла (7 тестовых баллов).

Основные результаты единого государственного экзамена по математике

В ЕГЭ по математике в 2015 г. приняли участие 4310 человек (в 2014г. - 4351 человек), из них профильный уровень сложности выбрали 3215 (75 %) участников экзамена, 2514 (58 %) выпускников выбрали базовый уровень. Экзамен только базового уровня сложности сдавали 1095 (25%) учащихся, 1796 (42%) учащихся сдавали экзамен только профильного уровня сложности и 1419 (33 %) учащихся сдавали профильный и базовый.

Результаты единого государственного экзамена по математике профильного и базового уровня приведены в табл. 3. В связи с изменениями в проведении экзамена по математике результаты рассматриваются отдельно по уровням сложности экзамена (базовый, профильный).

Таблица 3
Статистические данные результатов ЕГЭ по Российской Федерации и Калининградской области, 2011-2014 гг

Год	Участник	Средний балл	
		базовый	профильный
2015	Калининградская область	4,03	47,87
	Российская федерация	3,95	49,56
2014	Калининградская область	48,16	
	Российская федерация	46,42	

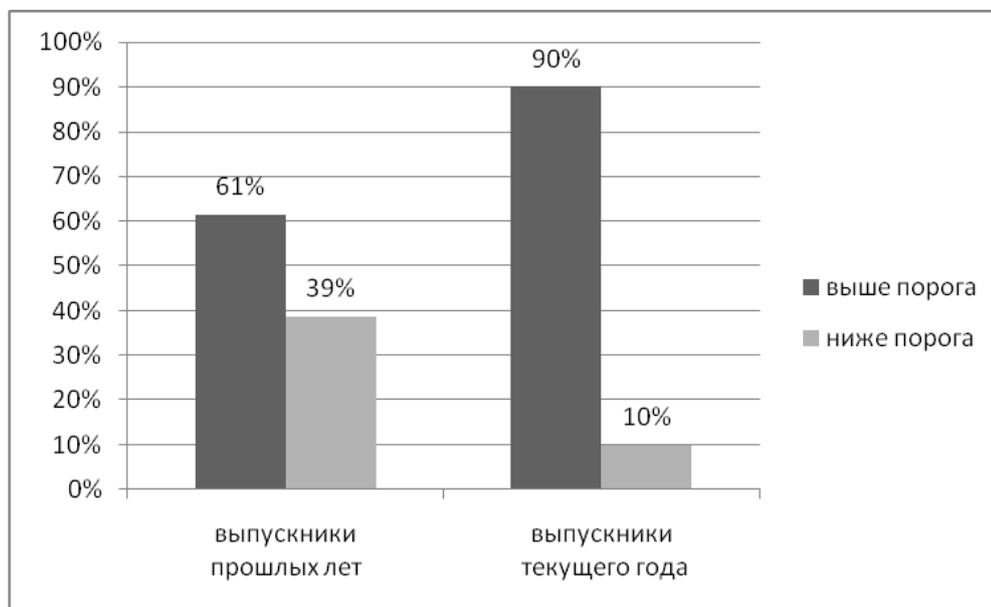
Данные таблицы 5 показывают, что средний балл в регионе в 2015 г. по стобальной шкале составил 47,9. Средний балл по профильному экзамену в Российской Федерации составляет 49,56, что на 1,69 выше среднего балла в Калининградской области.

Однако, сравнивая результаты по математике этого года с прошлым, нужно учесть существенные изменения в проведении этого экзамена, которые связаны с выбором учащимися базового и профильного уровней.

Количество участников экзамена в Калининградской области, сдавших ЕГЭ по математике ниже установленного Рособнадзором минимального количества баллов (ниже 27), подтверждающего освоение выпускником основных общеобразовательных программ среднего общего образования, по профильному уровню сложности составляет 10,6% (342 выпускника), по базовому - 2% (50 человек). В 2014г. ниже минимально допустимого количества баллов сдали 35 чел. или 0,8%. И здесь нельзя говорить об отрицательной динамике, так как минимальный балл повысился с 3-х тестовых баллов до 6.

Анализ результатов выполнения заданий ЕГЭ 2015 года по математике проводится с учетом наличия различных групп участников экзамена. На диаграмме 1 показаны результаты ЕГЭ профильного уровня по математике в 2015 году относительно минимально допустимого количества баллов в зависимости от категории выпускников.

Диаграмма 1
Результаты ЕГЭ по математике в 2015 году в зависимости от категории выпускников



В таблице 4 приведены статистические данные единого государственного экзамена по математике с 2010 по 2014 года и ЕГЭ профильного уровня 2015 года. При сравнении результатов необходимо учесть, что в этом году повысился минимальный балл, подтверждающий освоение выпускником основных общеобразовательных программ среднего общего образования. Средний балл по 100 балльной шкале также не рекомендуется использовать для оценки динамики по годам, так как шкалирование по разным годам имеет свои особенности.

Таблица 4
Статистические данные ЕГЭ по математике с 2010 – 2014 и ЕГЭ профильного уровня за 2015 г

Год	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.	2014 г.	2015 г. (профильный)
Количество участников	5603	4325	4210	5054	4351	3215
Средний балл по стобалльной шкале	43,14	46,32	42,51	49,98	48,16	47,87
Процент (кол-во) участников ЕГЭ, набравших выше 90 баллов	0,05 (3)	0,25 (11)	0,05 (2)	0,65 (32)	0,27 (12)	0,22 (7)
Процент (кол-во) участников ЕГЭ, набравших не ниже минимального количества баллов	98 (5478)	96 (4136)	93 (3916)	95 (4811)	99 (4324)	89 (2873)
Процент (кол-во) учащихся ЕГЭ, набравших ниже минимального количества баллов	2,23 (125)	4,37 (189)	7 (294)	4,81 (243)	0,81 (35)	11 (342)

Ежегодно экспертным путем на федеральном уровне устанавливается так называемый тестовый балл **ТБ2**, под которым понимают наименьший балл, получение которого свидетельствует о наличии системных знаний, овладении комплексными умениями, способности выполнять творческие задания по соответствующему общеобразовательному предмету. Считается, что участник ЕГЭ

показал «высокий результат», если он набрал по предмету ТБ2 и более баллов. Значение ТБ2 не менялось с 2014 года и составляет по математике 63 балла. В Калининградской области процент учащихся, сдавших ЕГЭ по математике более 63 баллов, равен 26% (846 выпускников).

Одним из приоритетных направлений модернизации системы общего образования в Калининградской области выбрано развитие физико-математического образования. По итогам конкурсного отбора в 2015 году в 24 образовательных организациях Калининградской области функционируют классы физико-математического направления, в которых профильными предметами являются математика, физика и информатика.

Результаты государственной итоговой аттестации по математике в опорных школах физико-математического направления приведены в таблице 5.

Таблица 5
Результаты ЕГЭ по математике в опорных школах физико-математического направления

Наименование пилотной школы	Количество сдающих	Средний первичный балл	Средний балл
МАОУ гимназия № 22 г. Калининграда	25	12	56
МАОУ гимназия № 32 г. Калининграда	90	13	60
МАОУ гимназия № 40 им. Ю.А.Гагарина г.Калининграда	69	11	53
МАОУ лицей № 10 г. Советска	35	9	45
МАОУ лицей № 17 г. Калининграда	54	11	50
МАОУ лицей № 18 г. Калининграда	45	14	65
МАОУ лицей № 23 г. Калининграда	129	14	62
МАОУ СОШ № 31 г. Калининграда	38	13	60
МАОУ СОШ № 33 г. Калининграда	44	9	45
МАУ ШИЛИ г. Калининграда	65	13	61
МБОУ «Полесская СОШ»	34	10	50
МБОУ «Храбровская СОШ»	10	8	38
МБОУ гимназия № 7 г. Балтийска	37	13	60
МБОУ гимназия г. Гурьевска	43	11	52
МБОУ лицей № 1 города Балтийска	39	12	55
МАОУ лицей № 5 г. Советска	25	11	55
МБОУ СОШ «Школа Будущего» п. Б.Исаково	22	10	46
МБОУ СОШ № 5 г. Светлого	19	10	49
МОУ СОШ № 5 г. Гусева	21	12	56

Средний балл не менее 60 показали образовательные организации: МАОУ гимназия № 32 г. Калининграда, МАОУ лицей № 18 г. Калининграда, МАОУ лицей № 23 г. Калининграда, МАОУ СОШ № 31 г. Калининграда, МАУ ШИЛИ г. Калининграда, МБОУ гимназия № 7 г. Балтийска (таблица 5).

Анализ результатов выполнения заданий первой части ЕГЭ профильного уровня

Задания первой части составлены на основе курсов математики 5-6 классов, алгебры и геометрии 7-11 классов. Эти задания обеспечивают достаточную полноту проверки овладения материалом указанных курсов на базовом уровне сложности.

Содержание и результаты выполнений заданий 1-9 базового уровня сложности первой части по математике в 2015 году приведены в табл. 6

Таблица 6
Содержание и результаты выполнений заданий первой части ЕГЭ профильного уровня в 2015 году

№ 2015	№ 2014	Проверяемые требования (умения)	Процент правильных ответов
1	В1, В2	Использование приобретённых знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни	93%
2	В3	Использование приобретённых знаний и умений в практической	95%

		деятельности и повседневной жизни	
3	B4	Использование приобретённых знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни	94%
4	B5	Выполнение действий с геометрическими фигурами, координатами и векторами	89%
5	B6	Построение и исследование простейших математических моделей	89%
6	B7	Решение уравнений и неравенств	82%
7	B8	Выполнение действий с геометрическими фигурами, координатами и векторами	66%
8	B9	Выполнение действий с функциями	31%
9	B10	Выполнение действий с геометрическими фигурами, координатами и векторами	25%

Из приведенной выше таблицы видно, что наиболее слабые результаты показаны учащимися в задачах №8 (31% выполнения) и №9 (25%). Слабыми считаются результаты, если процент выполнения задания базового уровня ниже 60%. В этом году результаты по двум вышеуказанным задачам очень слабые. Необходимо отметить, что обе задачи были аналогичны прошлогодним.

Также стоит отметить очень низкий результат, показанный при решении задачи № 7, процент выполнения которой составил 66%. Каждый третий выпускник не справился с задачей базового уровня по геометрии, в которой требовалось знание основных свойств геометрических фигур.

Рассмотри задачи, которые вызвали затруднения у выпускников 2015 года в первой части ЕГЭ профильного уровня.

Задание №7 (B8)

Тип задания. Планиметрическая задача на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей); моделирование реальных ситуаций на языке геометрии, исследование построенных моделей с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; практическая задача, связанная с нахождением геометрических величин.

Характеристика задания. Несложная планиметрическая задача, в том числе по готовому чертежу.

Проверяемые требования (умения). Выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей). Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования. Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

Проверяемые элементы содержания.

Треугольник. Четырехугольник. Измерение геометрических величин. Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности.

Пример задания №7. Треугольник ABC вписан в окружность с центром O. Найдите угол BOC, если угол BAC равен 32° . Ответ дайте в градусах.

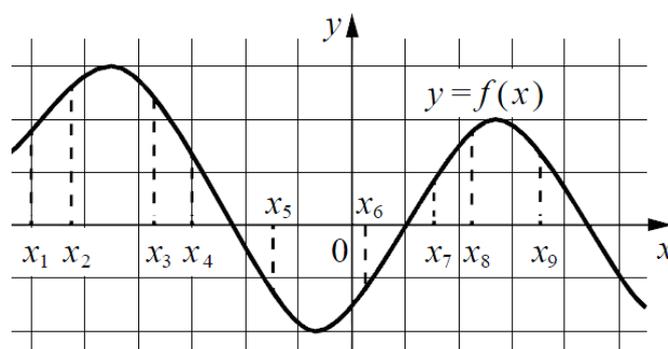
Год	2015 профильный	2014	2013	2012	2011
Процент выпускников, справившихся с заданием	66%	51%	76%	70%	74%

Задание №8 (B9). *Тип задания.* Задание на нахождение производной в точке по графику функции, исследование функций.

Характеристика задания. Ставшая традиционной для ЕГЭ по математике задача на вычисление производной по данным приводимого в условии рисунка, представляющего собой изображенный на клетчатой бумаге график функции и касательную к нему, либо на чтение графика производной функции для ответа на вопрос о каком-либо из свойств самой функции. Иногда на рисунке может быть изображен только график функции, а касательная задана описанием. Метод решения от этого не меняется и основывается на геометрическом смысле производной.

Проверяемые требования (умения). Выполнение действий с функциями. Нахождение значения производной в точке.

Пример задания №8. На рисунке изображен график дифференцируемой функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены девять точек: x_1, x_2, \dots, x_9 . Среди этих точек найдите все точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответе укажите количество найденных точек.



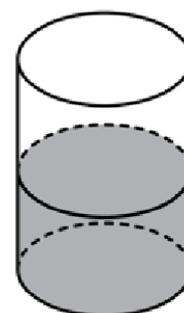
Год	2015 профильный	2014	2013	2012	2011
Процент выпускников, справившихся с заданием	31%	50%	74%	33%	64%

Задание №9 (B10). Тип задания. Стереометрическая задача на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов).

Характеристика задания. Несложное задание на вычисление площадей поверхностей или объемов многогранников или тел вращения.

Проверяемые требования (умения). Выполнять действия с геометрическими фигурами. Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); знать свойства правильных пирамид и призм, формулы площадей и объемов пирамиды, призмы, цилиндра, конуса и шара.

Пример задания № 9. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр основания которого в 2 раза больше диаметра основания первого? Ответ выразите в см.



Год	2015 профильный	2014	2013	2012
Процент выпускников, справившихся с заданием	25%	57%	74%	68%

Анализ результатов выполнения заданий второй части профильного экзамена по математике

Задания 10-21 второй части ЕГЭ обеспечивают достаточную полноту проверки овладения материалом указанных курсов как на повышенном, так и на высоком уровне сложности. От учащихся требуется применить свои знания в измененной или новой для них ситуации. При этом необходимо проанализировать ситуацию, самостоятельно «сконструировать» математическую модель и способ решения, используя знания из различных разделов школьного курса математики. В заданиях 15-21 необходимо обосновать и математически грамотно записать полученное решение.

Результаты выполнения этих заданий позволяют осуществить более тонкую дифференциацию выпускников по уровню математической подготовки и провести объективный и обоснованный отбор в вузы наиболее подготовленных абитуриентов.

Задания с кратким ответом второй части ЕГЭ №№ 10 - 14 отнесены к повышенному уровню сложности, и за их правильное решение выпускник получает 1 тестовый балл.

Таблица 7
Содержание и результаты выполнений заданий второй части профильного экзамена по математике с кратким ответом

№ задания		Проверяемые требования (умения)	Процент правильных ответов	
			2014	2015 профильный
10	B11	Выполнение вычислений и преобразований	18%	65%
11	B12	Использование приобретённых знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни	67%	57%
12	B13	Выполнение действий с геометрическими фигурами,	56%	18%

		координатами и векторами		
13	B14	Построение и исследование простейших математических моделей	30%	52%
14	B15	Выполнение действий с функциями	23%	41%

Как видно из табл. 7, более 50% выпускников выполнили задания повышенного уровня №10, №11 и №13.

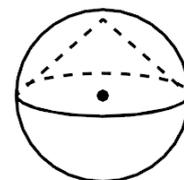
Очень низкий результат показан выпускниками при решении стереометрической задачи №12 (18% выполнения).

Задание №12

Характеристика задания. Задание по стереометрии на применение основных формул, связанных с вычислением площадей поверхностей или объемов многогранников (пирамид и призм), тел вращения (цилиндров, конусов, шаров), в том числе вписанных или описанных около других многогранников или тел вращения.

Проверяемые требования (умения). Выполнять действия с геометрическими фигурами. Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.

Пример задания №12. Около конуса описана сфера, содержащая окружность основания конуса и его вершину. Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Радиус сферы равен 10,2. Найдите образующую конуса.



Низкие результаты показаны учащимися при решении задачи №14 (41% выполнения). Данное задание направлено на проверку умения выполнять действия с функциями и производными функций, исследование функций с помощью производной.

Задание №14

Характеристика задания. Задание на вычисление экстремумов функции или наибольшего (наименьшего) значения данной функции на данном отрезке. Производная в некоторых задачах может быть задана графиком.

Проверяемые требования (умения). Уметь находить с помощью производной точки минимума (максимума) или наибольшее (наименьшее) значение функции на отрезке.

Пример задания №14. Найдите точку максимума функции $y = \ln(x + 4)^2 + 2x + 7$.

Таблица 8

Содержание и результаты выполнений заданий второй части ЕГЭ профильного уровня с развернутым ответом

№ задания		Проверяемые требования (умения)	Уровень сложности*	Максимальный балл за выполнение задания	Процент правильных ответов (чел.)	
2015	2014				2014	2015 профильный
15	C1	Решение уравнений и неравенств	П	2	22%	22% (706)
16	C2	Выполнение действий с геометрическими фигурами, координатами и векторами	П	2	3,6%	3% (102)
17	C3	Решение уравнений и неравенств	П	2	5%	7% (214)
18	C4	Выполнение действий с геометрическими фигурами, координатами и векторами	П	3	0,9%	0% (0)
19	новое	Использование приобретённых знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни	П	3	-	1% (27)
20	C5	Решение уравнений и неравенств	В	4	0,3%	0,1%(4)
21	C6	Построение и исследование простейших математических моделей	В	4	1,9%	0,09%(3)

*П – повышенный уровень, В - высокий уровень сложности

Как видно из таблицы 8 и диаграммы 2, результаты выполнения заданий с развернутым ответом невысоки.

Задания 15, 16, 17 были отнесены к повышенному уровню сложности, их полное решение оценивалось двумя баллами (диаграмма 2).

В демонстрационной версии ЕГЭ задание №15 (С1) остаётся практически неизменным вот уже четвёртый год подряд. Это задание выполнили на 2 балла 22% выпускников (жесткое оценивание) и 34% выполнили на 1 или 2 балла (мягкое оценивание).

Задание №15

Характеристика задания. Несложное уравнение или система уравнений с отбором корней, может содержать тригонометрические функции, логарифмы, степени, корни.

Пример задания №15.

а) Решите уравнение $\cos 2x = 1 - \cos(\pi/2 - x)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-5\pi/2; -\pi]$.

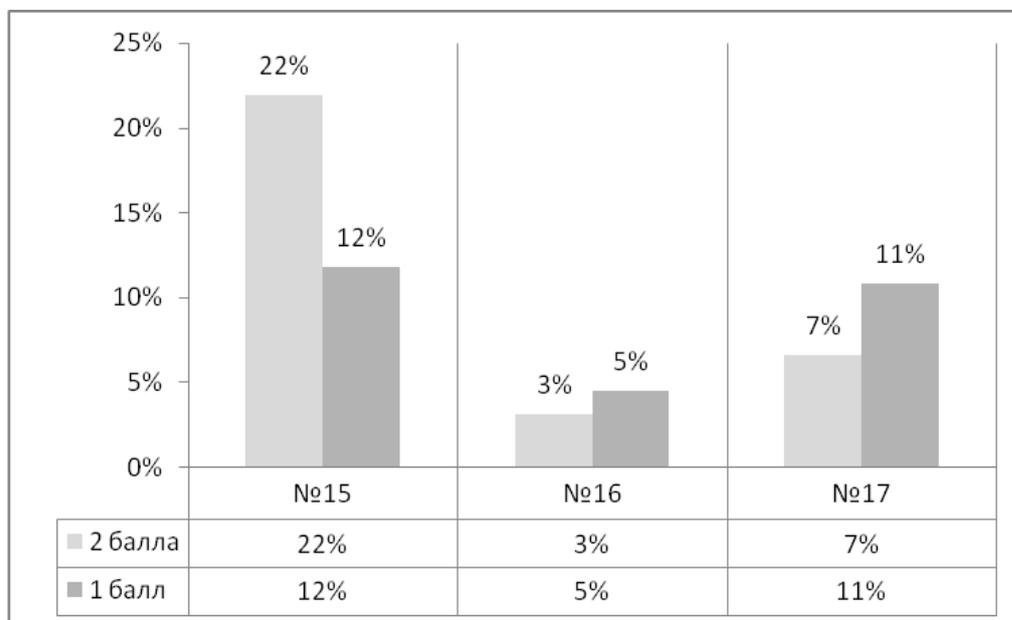
Задание оценивалось двумя баллами, если были обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.

1 балл – обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б.

0 – решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

Диаграмма 2

Сравнительная диаграмма качества выполнения заданий 15-17 с развернутым ответом профильного экзамена по математике



Задание №16

Данное задание является практически полным аналогом заданий С2 КИМ предыдущих лет. Стереометрическая задача позиционируется как задача для большинства успевающих учеников, а не только для избранных. В задании №16 прежними остались уровень сложности и тематическая принадлежность (геометрия многогранников). Это задание выполнили на 2 балла всего 3% выпускников (жесткое оценивание) и 8% выполнили на 1 или 2 балла (мягкое оценивание). Несколько изменилась структура постановки вопроса. Теперь он разделён на пункты а и б примерно так же, как и предыдущее задание 15 (С1). Соответственно уточнился и общий характер оценивания выполнения решений. Для получения 2 баллов нужно, чтобы выполнялись два условия одновременно, а для получения 1 балла хватает выполнения хотя бы одного из этих условий.

Пример задания №16. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все рёбра равны 1.

а) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точки A_1, B_1 и C .

б) Найдите расстояние от точки C до прямой $A_1 B_1$.

Задание №17

В заданиях С3 предыдущих лет надо было решить систему из двух неравенств, а в 2015 году это задание упрощено и в задании №17 (бывшее С3) необходимо решить одно неравенство. Это задание выполнили на 2 балла 7% выпускников (жесткое оценивание) и 18% выполнили на 1 или 2 балла (мягкое оценивание).

Пример задания №17. Решите неравенство:

$$\frac{11-5^{x+1}}{25^x - 5(35 \cdot 5^{x-2} - 2)} \geq 1,5$$

Задания 18 и 19 также были отнесены к повышенному уровню сложности, их полное решение оценивалось тремя баллами.

В планиметрических заданиях №18 (С4) заметное структурное и содержательное изменение произошло в прошлом году. В пункте а) теперь нужно доказать геометрический факт, в пункте б) – найти (вычислить) геометрическую величину. С точки зрения разработчиков включение проверяемого элемента на доказательство в задание С4 должно повысить уровень подготовки школьников.

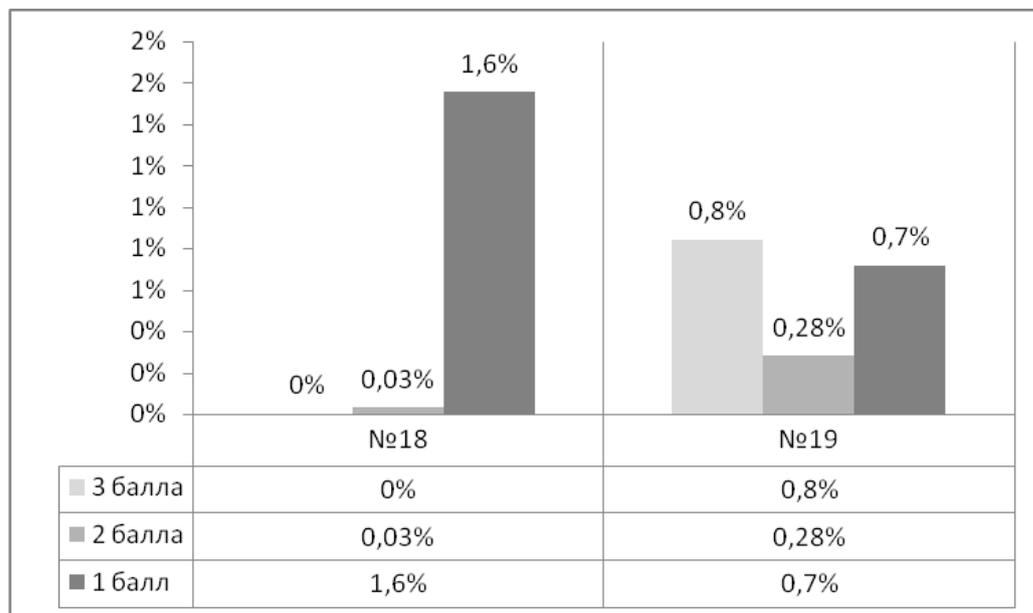
Пример задания №18. В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH . Из точки H на стороны AB и BC опустили перпендикуляры NK и NM соответственно.

а) Докажите, что треугольник MVK подобен треугольнику ABC .

б) Найдите отношение площади треугольника MVK к площади четырёхугольника $AKMC$, если $BH = 3$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 4.

На диаграмме 3 приведены результаты выполнения заданий №18 и №19 учащимися на профильном экзамене по математике в 2015 году.

Диаграмма 3
Сравнительная диаграмма качества выполнения заданий 18 и 19 с развернутым ответом профильного экзамена по математике



Необходимо отметить, что 3 балла за задание № 18 не набрал ни один выпускник, и 1,63% выполнили на 1 или 2 балла (мягкое оценивание).

Традиционно задачи по геометрии решаются выпускниками хуже, не стал исключением и этот год.

Задание №18

В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH . Из точки H на стороны AB и BC опустили перпендикуляры NK и NM соответственно.

а) Докажите, что треугольник MVK подобен треугольнику ABC .

б) Найдите отношение площади треугольника MVK к площади четырёхугольника $AKMC$, если $BH = 3$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 4.

Задание №19

Введение текстовых задач экономического содержания в ЕГЭ-2015 по математике является наиболее заметным изменением во всем комплексе заданий КИМ с развернутым ответом. В задании №19 существенно усилена сюжетная, практико-ориентированная составляющая условия.

Задание оценивается 1 баллом в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (вычислительной, числовой, алгебраической, функциональной, геометрической) модели и 2 баллами, если учащийся представил завершённое, практически полное решение соответствующей математической модели. Типичные допустимые погрешности –

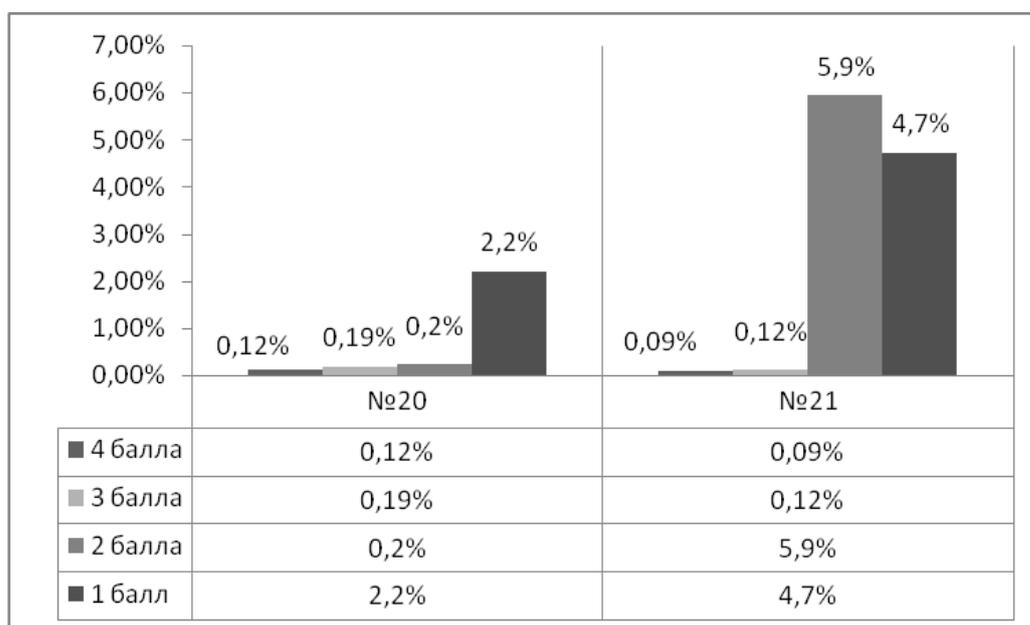
вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полное обоснование. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведён до верного решения.

На диаграмме 4 видно, что задание №19 выполнили на 3 балла 0,8% выпускников (жесткое оценивание) и 1,8% выполнили на 1, 2 или 3 балла (мягкое оценивание).

Пример задания №19. 1 июня 2013 года Всеволод Ярославович взял в банке 900000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Всеволод Ярославович переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Всеволод Ярославович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 300000 рублей?

Задания 20 и 21 отнесены к высокому уровню сложности, за их полное решение выпускники могли получить 4 балла.

Диаграмма 4
Сравнительная диаграмма качества выполнения заданий высокого уровня №20 и №21 профильного экзамена по математике



Задание №20 (бывшее С5)

Задача с параметром, которая допускает весьма разнообразные способы решения. Наиболее распространенными из них являются:

- чисто алгебраический способ решения;
- способ решения, основанный на построении и исследовании геометрической модели данной задачи;

– функциональный способ, в котором могут быть и алгебраические, и геометрические моменты, но базовым является исследование некоторой функции. Часто (но далеко не всегда) графический метод более ясно ведёт к цели.

Пример задания №20. Найдите все значения a , при которых уравнение $(\log_2(x+a) - \log_2(x-a))^2 - 3a(\log_2(x+a) - \log_2(x-a)) + 2a^2 - a - 1 = 0$ имеет ровно два решения.

Задание оценивалось 4 баллами, если обоснованно получен правильный ответ; 3 баллами, если с помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек. Задание оценивалось 2 баллами, если с помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a и одним баллом, если верно получена хотя бы одна точка искомого множества значений a .

Это задание выполнили на 4 балла 0,12% выпускников (жесткое оценивание) и 2,7% выполнили на 1, 2, 3 или 4 балла (мягкое оценивание).

Задание № 21 (бывшее С6)

Данное задание проверяет в первую очередь не уровень математической (школьной) образованности, а уровень математической культуры. Это задание по своему тематическому содержанию стало элементарнее, а для его решения достаточно простейших сведений. По этой причине в ЕГЭ-2015 более 10% участников приступили к решению задания и получили

положительные баллы, из них 5% выпускников получили 1 балл, а 6% выполнили это задание на 2 балла. Условия задания №21, как и прежних заданий С6, разбиты на пункты. По существу, задача разбита на ряд подзадач (частных случаев), последовательно решая которые, можно в итоге справиться с ситуацией в целом. Как правило, решение пункта а весьма несложно и основано на умении сконструировать некоторый конкретный пример.

Пример задания №21. На доске написано более 27, но менее 45 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно - 5, среднее арифметическое всех положительных из них равно 9, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -18.

- а) Сколько чисел написано на доске?
- б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?
- в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

Кластерный анализ результатов профильного экзамена по математике

Проведение кластерного анализа результатов ЕГЭ позволяет выделить относительно однородные группы участников экзамена, обладающих примерно одинаковым уровнем подготовки и близкими образовательными запросами. В таблице 9 приведена характеристика групп выпускников с различным уровнем подготовки.

**Таблица 9
Группы выпускников с различным уровнем подготовки**

Группа	Перв. балл (тестовый балл)	Характеристика группы	Кол-во	Процент
I (низкий)	Не более 5 (не более 26)	Выпускники, не обладающие математическими умениями на базовом, общественно значимом уровне	342	11%
II (базовый)	6–10 (27-50)	Выпускники, освоившие курс математики на базовом уровне, не имеющие достаточной подготовки для успешного продолжения образования по техническим специальностям	1551	48%
III (базовый)	11–14 (51-68)	Выпускники, успешно освоившие базовый курс, близкие к повышенному уровню подготовки. Это участники экзамена, которые могут быть зачислены на технические специальности большинства вузов	806	25%
IV (повышенный)	15–23 (69-86)	Выпускники, освоившие курс математики и имеющие достаточный уровень математической подготовки для продолжения образования по большинству специальностей, требующих повышенного и высокого уровней математической компетентности	504	15,6%
V (высокий)	24 и выше (выше 87)	Выпускники, имеющие уровень подготовки, достаточный для продолжения обучения с самыми высокими требованиями к уровню математической компетентности	12	0,4%

В группу I попадают экзаменуемые, не овладевшие математическими компетенциями, требуемыми в повседневной жизни, и допускающие значительное число ошибок в вычислениях при чтении условия задачи. В этом году 11% участников попали в эту группу.

Группы II и III наиболее массовые (73%), в них входят участники экзамена, успешно освоившие курс математики основной средней школы на базовом уровне, но не имеющие мотивации для более углубленного изучения математики.

Группа IV – это в основном абитуриенты технических вузов. В последние годы на технические специальности зачисляются выпускники из группы III. Доля группы IV катастрофически низкая, что не позволяет организовать эффективную подготовку необходимых кадров для экономики региона.

Группа V – это контингент абитуриентов физико-математических специальностей ведущих университетов и технических вузов, а также престижных экономических вузов. Состав этой группы во многом формируется выпускниками специализированных математических школ и классов, осуществляющих традиционно высокий уровень преподавания. Для увеличения количества учащихся этой группы требуется развитие системы работы с одаренными детьми в области математики, расширение сети математических школ и классов, развитие дистанционных форм работы.

Ниже приведен детальный анализ результатов выполнения экзаменационной работы выпускниками с различным уровнем математической подготовки. На диаграмме 2 приведены данные выполнения заданий с кратким ответом (части 1 и 2) по каждой группе выпускников с различным уровнем подготовки.

Приведенные данные показывают, что выпускники с повышенным и высоким уровнями подготовки освоили базовые требования, проверяемые заданиями первой части, и их ошибки в выполнении заданий не превосходят естественного случайного фона. Данный вывод подтверждается высокими результатами выпускников этих групп и небольшими колебаниями результатов по отдельным заданиям.

Диаграмма 5 содержит данные о выполнении заданий с кратким ответом первой и второй части экзамена выпускниками по группам с различным уровнем подготовки. Результаты выпускников с базовым уровнем подготовки неоднородны. Это видно после деления базовой группы на две подгруппы II и III – отношение результатов по разным заданиям значительно колеблется. Обращает на себя внимание значительная разница в результатах подгрупп II и III базового и повышенного уровней по заданиям с 7 по 14 номер.

Диаграмма 5

Результаты выполнения заданий с кратким ответом профильного экзамена учащимися с различным уровнем подготовки в 2015 году

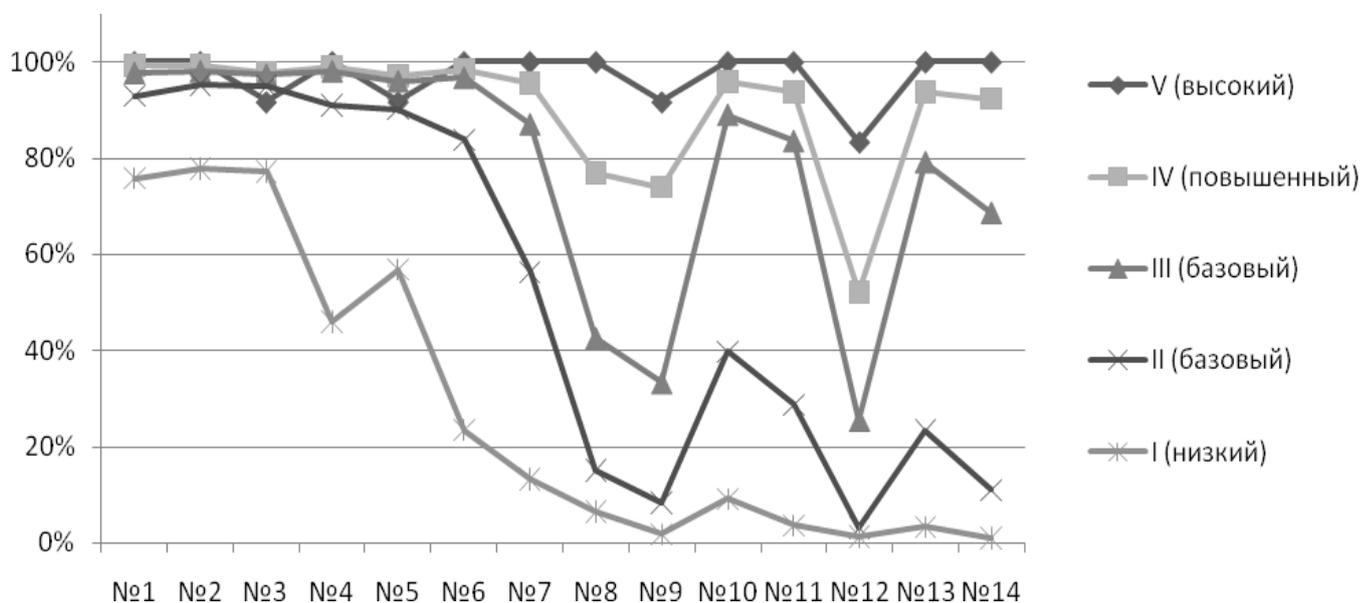
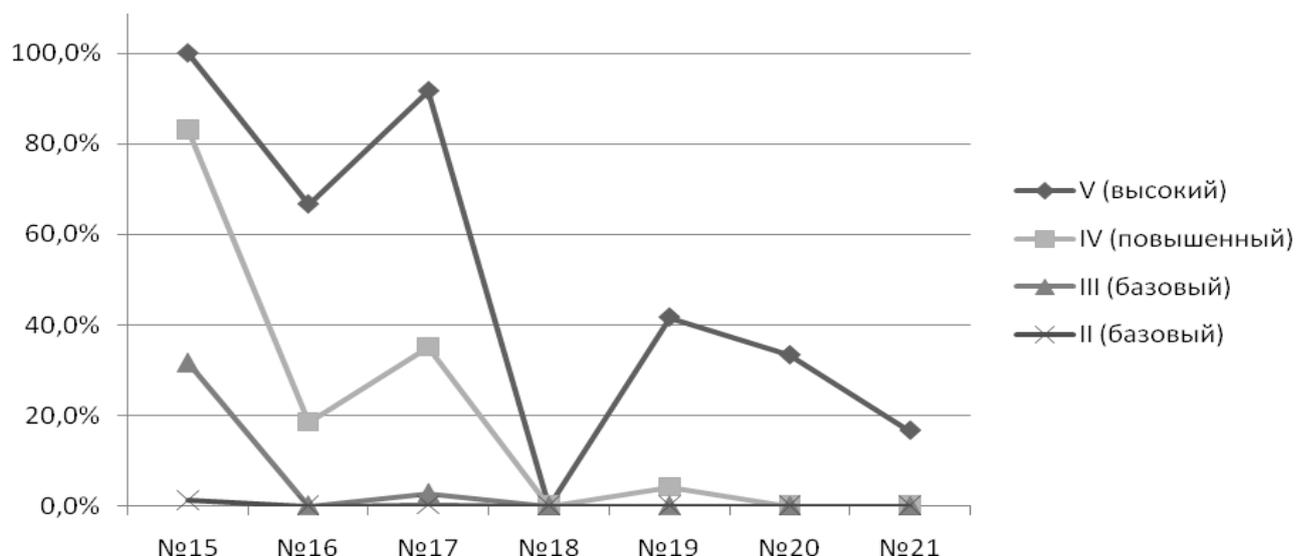


Диаграмма 6 содержит данные о выполнении заданий с развернутым ответом второй части экзамена выпускниками по группам. Данные показывают, что участники экзамена из V группы все выполнили задания №15 (С1), из IV группы - 83% и из III группы (с базовой подготовкой) этот показатель – 32%. Это задание характеризует готовность участников ЕГЭ по математике к продолжению образования в технических и экономических вузах.

Характер выполнения следующего задания №16 (стереометрия) хорошо дифференцирует выпускников групп IV и V участников. Выпускники, имеющие низкий и II базовый уровень, почти не приступали к данному заданию.

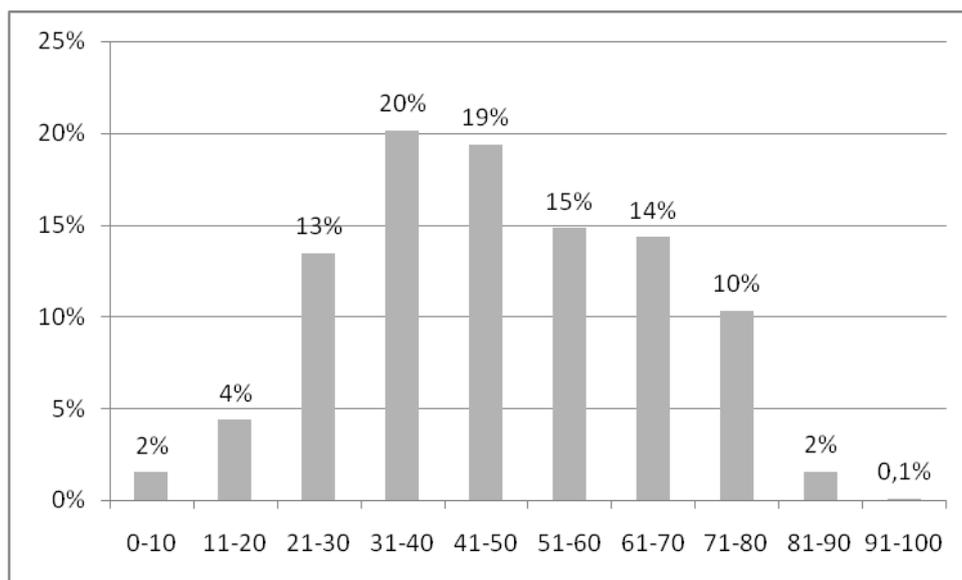
Диаграмма 6

Результаты выполнения заданий с развернутым ответом профильного экзамена учащимися с различным уровнем подготовки в 2015 году



На диаграмме 7 показано распределение тестовых баллов, набранных участниками ЕГЭ по математике в 2015 году. Форма кривой результатов напоминает колокол, но кривая плотности распределения набранных тестовых баллов ЕГЭ сдвинута влево, в область низких баллов.

Диаграмма 7
Распределение тестовых баллов, набранных участниками ЕГЭ



Анализ результатов выполнения заданий базового экзамена по математике

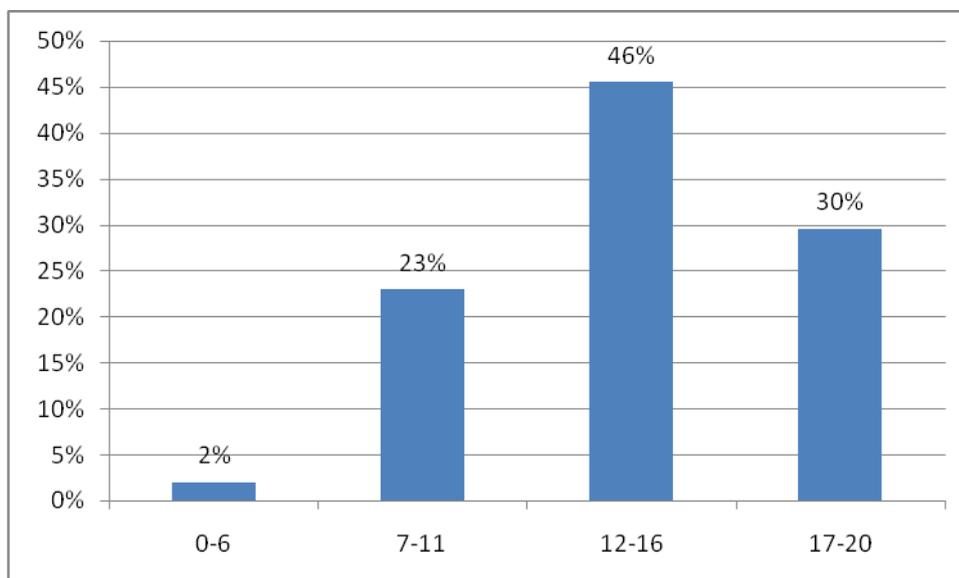
Средний балл за экзамен базового уровня составляет 4,03, средний первичный балл составляет 10,1 (из 20 возможных), процент качества составляет 75,6%, успеваемость - 98%. Количество выпускников, набравших максимальное количество баллов, составляет 139 (5,5%). В таблице 10 приведены основные результаты базового экзамена по математике в 2015 года.

Таблица 10
Результаты базового экзамена по математике в 2015 году

Балл	Первичный балл	Кол-во	Процент
"2"	0-6	50	2%
"3"	7-11	577	23%
"4"	12-16	1144	46%
"5"	17-20	743	30%

Более наглядно результаты за базовый экзамен по математике по уровням подготовки учащихся в 2015 году представлены на диаграмме 8.

Диаграмма 8
Распределение результатов учащихся за базовый экзамен по математике по уровням подготовки учащихся в 2015 году



В таблице 11 представлены проверяемые требования согласно кодификатору и результаты выполнения заданий базового экзамена.

Таблица 11

Проверяемые требования и результаты выполнений заданий базового экзамена

№	Проверяемые требования (умения)	Количество правильных ответов	Процент правильных ответов
1.	Уметь выполнять вычисления и преобразования	2145	85%
2.	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1871	74%
3.	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	2125	85%
4.	Уметь выполнять вычисления и преобразования	2133	85%
5.	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1662	66%
6.	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	2379	95%
7.	Уметь решать уравнения и неравенства	1845	73%
8.	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	2204	88%
9.	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	2319	92%
10.	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	1439	57%
11.	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	2316	92%
12.	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	2352	94%
13.	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	850	34%
14.	Уметь выполнять действия с функциями	2368	94%
15.	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	1115	44%
16.	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	875	35%
17.	Уметь решать уравнения и неравенства	1115	44%
18.	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	2117	84%
19.	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1348	54%
20.	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	877	35%

Из представленной выше таблицы следует, что достаточно высокие результаты (справились более 90%) достигнуты учащимися в текстовых задачах с практическим содержанием №6 и №9, в заданиях на чтение диаграмм №11 и №12 и задании №14 на проверку умения исследовать характер поведения функции, заданной графически.

Более 80% учащихся справились с вычислительной задачей №1, с задачей на проценты №3, с заданием 4, где необходимо подставить числовые данные в формулу, с заданием №8, которое проверяет умение применять знания о геометрических объектах к решению практических задач и с заданием №18 на проверку общей логической культуры.

Основные проблемы при выполнении заданий базового экзамена у выпускников были в заданиях, связанных с текстовыми задачами по геометрии, теории вероятности и статистики. Особенно низкий результат показали учащиеся при выполнении заданий по геометрии №13 (выполнили 34% учащихся), №15 (44%) и № 16 (35%).

Задание №13 проверяет умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (площадей, объемов). Необходимые для решения задачи формулы представлены в справочных материалах.

Задание №15 представляет собой «двухходовую» планиметрическую задачу на основные факты курса планиметрии, за исключением тем «Векторы» и «Координаты».

Задание №16 проверяет умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение различных геометрических величин. Формулы для нахождения объема, площади поверхности были даны в справочных материалах.

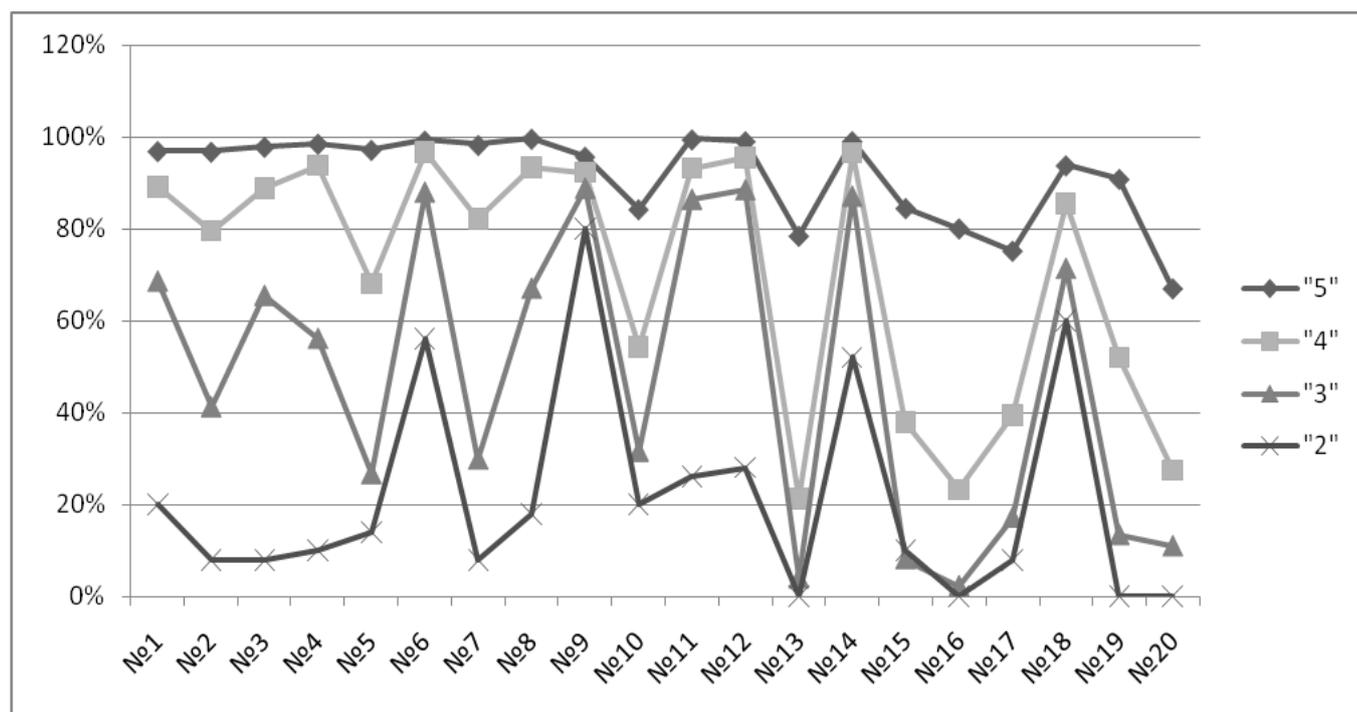
С заданием №10, которое проверяет умение строить и исследовать простейшие математические модели, а также знание учащимися элементов теории вероятностей справились 57% выпускников. Это задание содержит простую практико-ориентированную задачу на классическое определение вероятности.

Задание №17 выполнили менее половины учащихся (44%). Данное задание проверяет умение сравнивать различные величины, в том числе иррациональные, не находя их точных значений, и располагать их на числовой прямой, а также решать неравенства.

Всего половина выпускников справились с заданием №19 (54%) на конструирование числа с заданными свойствами. Для ее решения необходимо знать признаки делимости. При решении задачи можно использовать простой перебор.

Только 35% выпускников смогли решить задание №20, которое относится к разряду «задач на смекалку», решение таких заданий повышает мотивацию к изучению математики, развивает мышление учащихся.

Диаграмма 9
Результаты выполнения заданий базового экзамена учащимися с различным уровнем подготовки в 2015 году



Средние показатели выполнения заданий первой части выпускниками с различным уровнем математической подготовки представлены на диаграмме 9.

Выпускники с удовлетворительным уровнем подготовки не справились с заданиями базового уровня сложности по стереометрии №13 и №16. Также большие затруднения указанная группа учащихся испытывала при выполнении задачи по планиметрии № 15, №17 (сравнение величин), №19 (признаки делимости) и №20 (задача на смекалку).

Аттестуемые учащиеся с отличной базовой подготовкой не испытали серьезных затруднений при выполнении заданий. Наиболее сложными для группы учащихся с хорошей подготовкой стали задания по стереометрии №13 и №16.

Доминирование подготовки по алгебре над геометрией проявляется у подавляющего большинства участников как профильного, так и базового экзаменов.

Методические рекомендации

Анализ результатов выполнения заданий ЕГЭ 2015 года по математике показывает, что значительное число участников экзамена в Калининградской области освоили основные разделы школьного курса математики, овладели базовыми математическими компетенциями, необходимыми в жизни и для продолжения образования по выбранной специальности. Предоставление выпускникам выбора сдачи профильного или базового экзамена позволяет дифференцировать выпускников с различной мотивацией и уровнем подготовки. Два уровня итоговой аттестации по математике за курс средней общеобразовательной школы предоставляют возможность выпускникам с разным уровнем математической подготовки более полно реализовать свои возможности.

Характеристика проблем математического образования дана в Концепции развития математического образования в Российской Федерации (утв. распоряжением Правительства РФ от 24 декабря 2013 г. № 2506-р) и в комплексе мер по ее реализации (утв. приказом Минобрнауки России от 03.04.2014 № 265 «Об утверждении плана мероприятий Министерства образования и науки Российской Федерации по реализации Концепции развития математического образования в Российской Федерации»). Результаты проведения единого государственного экзамена также выявили ряд проблем, характерных для подготовки различных категорий выпускников и являющихся причиной низкого уровня качества знаний по математике. Некоторые из них повторяются из года в год: недостаток в практической деятельности учителя компетентностно-ориентированных заданий, т.е. заданий, нацеленных на проверку умения правильно читать, вникать в смысл задания, анализировать, находить нужное решение, а не действовать по алгоритму.

В последние годы у учителей математики сформировалось понимание того, какие именно задания с практическим содержанием необходимо включать в повседневную работу. Это задания, связанные с умением принимать решения на основе выполненных расчетов, с проверкой наличия навыков самоконтроля с помощью оценки возможных значений физических величин на основе жизненного опыта, а также интегрированные задания с предметами естественно-научного цикла, задания с элементами финансовой и статистической грамотности.

Проблемы в математическом образовании выпускников, не набравших минимального балла, во многом связаны с плохим освоением курса основной и даже начальной школы. На уровне образовательных учреждений следует уделять больше внимания своевременному выявлению учащихся, имеющих слабую математическую подготовку, диагностике доминирующих факторов их неуспешности, а для учащихся, имеющих мотивацию к ликвидации пробелов в своих знаниях, необходимо организовывать специальные профильные группы. В обучении учащихся, имеющих значительные пробелы в знаниях и слабые вычислительные навыки, программа обучения должна быть сориентирована на компенсирующее обучение по курсу математики основной школы. Проведение диагностических работ поможет выработать индивидуальные траектории итогового повторения.

В «Методических рекомендациях по некоторым аспектам преподавания математики» (авторы И.В.Ященко, А.В.Семенов, И.Р.Высоцкий) Федерального института педагогических измерений рекомендуется количество часов математики для учащихся, которым необходимо освоить курс математики средней школы на базовом уровне, не менее 5 часов в неделю. Для учащихся, которые могут успешно освоить курс математики средней школы на профильном (повышенном) уровне количество часов математики должно быть не менее 6–7 часов в неделю. Для учащихся, которые могут освоить курс математики на высоком уровне, являющихся обычно выпускниками специализированных физико-математических классов, в которых осуществляется традиционно высокий уровень преподавания, рекомендуемое количество часов математики должно составлять не менее 7–8 часов в неделю.

Задачей учителей математики является формирование индивидуальной траектории подготовки с учетом текущего уровня знаний и планируемого выбора дальнейшей профессии.

Для организации учебного процесса образовательным организациям необходимо учитывать наличие групп учащихся, имеющих различный уровень математической подготовки и различные

перспективы профессиональной деятельности. В соответствии с нормативными документами рабочие программы по математике образовательных организаций должны отражать выявленную тенденцию.

Математическое образование в школе, деятельность учителей должны основываться на том, что:

- каждый учащийся должен получать математические знания в соответствии с его способностями и потребностями к уровню математического образования, достаточному для успешной жизни в обществе;
- каждому ученику должна быть предоставлена возможность получения математических компетенций, достаточных для применения математики в технике и социально-экономических областях;
- каждому ученику независимо от места проживания должна быть обеспечена возможность развития математического таланта;
- каждый ученик должен быть обеспечен развивающей интеллектуальной деятельностью на доступном уровне.

Открытость аттестационных процедур в сфере образования реализуется, в том числе, и с помощью Открытого банка заданий ЕГЭ, главная задача которого — помочь выпускникам сориентироваться при подготовке к экзамену. Задания открытого банка помогут будущим выпускникам повторить школьный курс математики, найти в своих знаниях слабые места и ликвидировать их до экзамена.

Необходимо обратить особое внимание на материалы с сайта ФИПИ (www.fipi.ru):

- учебно-методические материалы для председателей и членов региональных предметных комиссий по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ;
- аналитические отчеты о результатах экзамена;
- перечень учебных изданий, разработанных специалистами ФИПИ и рекомендуемых ФИПИ для подготовки к ЕГЭ;
- открытый банк заданий, собранных по тематическому рубрикатору;
- кодификатор элементов содержания по математике для составления КИМ для проведения ЕГЭ;
- спецификации контрольных измерительных материалов для проведения профильного и базового уровня единого государственного экзамена по математике

Помощь учителю и учащимся при подготовке к ЕГЭ могут оказать тренировочные варианты, разработанные Московским институтом открытого образования (<http://statgrad.mioo.ru>). Данная система тренировочных заданий предназначена для использования учителями, администрацией образовательных учреждений и методическими службами в рамках подготовки к государственной итоговой аттестации.

Таким образом, на основании данного анализа и в соответствии с Концепцией развития математического образования в Российской Федерации учителям математики и образовательным организациям необходимо:

во-первых, модернизировать содержание учебных программ математического образования на всех уровнях (с обеспечением их преемственности), исходя из потребностей обучающихся и потребностей общества во всеобщей математической грамотности;

во-вторых, обеспечить отсутствие пробелов в базовых знаниях для каждого обучающегося, сформировать у участников образовательных отношений установки "нет неспособных к математике детей";

в-третьих, обеспечить наличие общедоступных информационных ресурсов, необходимых для реализации учебных программ математического образования, в том числе в электронном формате, инструментов деятельности обучающихся и педагогов, применение современных технологий образовательного процесса;

в-четвертых, обеспечить обучающимся, имеющим высокую мотивацию и проявляющим выдающиеся математические способности, условия для развития и применения этих способностей.